

## Contrôle Continu 1

### Exercice 1.

Soit  $X$  une variable aléatoire de densité

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = \frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \mathbf{1}_{\mathbb{R}^+}(x)$$

de paramètre  $\sigma > 0$  (loi de Rayleigh).

Comment simuler cette loi à partir d'une loi uniforme?

### Exercice 2.

1. Montrer qu'il existe une constante  $C$  telle que

$$(x^2 + 1) \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \leq C$$

2. Comment simuler une loi  $\mathcal{N}(0, 1)$  à partir d'une loi de Cauchy de densité  $g(x) = \frac{1}{\pi(x^2 + 1)}$ .  
Donner l'algorithme complet (on suppose qu'on ne sait simuler que des lois uniformes).  
Discuter l'efficacité de l'algorithme.

### Exercice 3.

Donner une méthode pour estimer l'intégrale

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha-1} e^{-x} dx$$

pour  $\alpha > \frac{1}{2}$ .